

Proportionnalité (rappels pour enseignants)

<p style="text-align: center;">Exemple de grandeurs proportionnelles : Le salaire (si on est payé à l'heure) est proportionnel à la durée du travail.</p>	<p style="text-align: center;">Exemples de grandeurs non proportionnelles : Le "poids" d'un individu donné n'est pas proportionnel à sa taille</p>																		
<p>Propriété n°1</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">Durée du travail (en heures)</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">12</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">× 8</div> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y</td> <td style="padding: 2px;">Salaire (en euro)</td> <td style="padding: 2px;">32</td> <td style="padding: 2px;">96</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">8 (€ / h) est le coefficient de proportionnalité</p> <p style="text-align: center;"><i>Remarque : la fonction qui à x associe y est la fonction linéaire $x \mapsto 8x$</i></p>	x	Durée du travail (en heures)	4	12	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">× 8</div>	y	Salaire (en euro)	32	96	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Age (en années)</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">6</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> × </div> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">"Poids" (en kilogrammes)</td> <td style="padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">10</td> </tr> </table>	Age (en années)	2	6	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> × </div>	"Poids" (en kilogrammes)	8	10		
x	Durée du travail (en heures)	4	12	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">× 8</div>															
y	Salaire (en euro)	32	96																
Age (en années)	2	6	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> × </div>																
"Poids" (en kilogrammes)	8	10																	
<p>Propriété n°2 :</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Durée du travail (en heures)</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">12</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">× 3</div> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Salaire (en euro)</td> <td style="padding: 2px;">32</td> <td style="padding: 2px;">96</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><i>Il s'agit de la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre : $f(kx) = kf(x)$</i></p>	Durée du travail (en heures)	4	12	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">× 3</div>	Salaire (en euro)	32	96	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Age (en années)</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">6</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> × </div> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">"Poids" (en kilogrammes)</td> <td style="padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">10</td> </tr> </table>	Age (en années)	2	6	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> × </div>	"Poids" (en kilogrammes)	8	10				
Durée du travail (en heures)	4	12	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">× 3</div>																
Salaire (en euro)	32	96																	
Age (en années)	2	6	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> × </div>																
"Poids" (en kilogrammes)	8	10																	
<p>Propriété n°3 :</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Durée du travail (en heures)</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">12</td> <td style="padding: 2px;">16</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">+</div> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Salaire (en euro)</td> <td style="padding: 2px;">32</td> <td style="padding: 2px;">96</td> <td style="padding: 2px;">128</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><i>Il s'agit de la propriété de linéarité pour l'addition : $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$</i></p>	Durée du travail (en heures)	4	12	16	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">+</div>	Salaire (en euro)	32	96	128	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Age (en années)</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">10</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> + </div> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">"Poids" (en kilogrammes)</td> <td style="padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">10</td> <td style="padding: 2px;">16</td> </tr> </table>	Age (en années)	2	8	10	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> + </div>	"Poids" (en kilogrammes)	8	10	16
Durée du travail (en heures)	4	12	16	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">+</div>															
Salaire (en euro)	32	96	128																
Age (en années)	2	8	10	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> + </div>															
"Poids" (en kilogrammes)	8	10	16																
<p>Propriété n° 4 :</p> <p>Si on fait un graphique les points sont tous sur une même droite passant par l'origine.</p>	<p>Si on fait un graphique les points ne sont pas tous sur une même droite passant par l'origine.</p>																		
<p>Remarques:</p> <p>a) On peut écrire :</p> <p style="padding-left: 20px;">Si je travaille 4 heures, je gagne 32 €</p> <div style="margin-left: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">:4</div> </div> <p style="padding-left: 20px;">Si je travaille 1 heure, je gagne $32 : 4 = 8$ €</p> <div style="margin-left: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">×5</div> </div> <p style="padding-left: 20px;">Si je travaille 5 heures, je gagne $5 \times 8 = 40$ €</p> <p>b) On peut utiliser un "automatisme" appelé "produit en croix" qu'il ne semble pas souhaitable d'enseigner à l'école primaire :</p> <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">32</td> <td style="padding: 2px;">?</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$4x = 5 \times 32$</p>	4	5	32	?	<p>a) Si j'ai 2 ans, je pèse 8 kg</p> <p style="padding-left: 40px;">Si j'ai 1 an, je pèse $8 : 2 = 4$ kg</p> <p>b) On ne peut pas utiliser le "produit en croix".</p>														
4	5																		
32	?																		

Pour la notion de "règle de trois" voir page suivante.

Remarques concernant l'expression « règle de trois »

La signification précise de l'expression « règle de trois » peut varier d'un auteur à l'autre mais, dans tous les cas, ce qui est sous-jacent c'est la procédure de « passage par l'unité » suivante :

4 pommes coûtent 2 €

1 pomme coûte 4 fois moins donc coûte $\frac{2}{4}$ €

5 pommes coûtent 5 fois plus donc coûtent $\frac{2}{4} \times 5$ €

On appelle assez souvent, me semble-t-il, « règle de trois » le fait de produire rapidement le résultat final $\frac{2}{4} \times 5$ € sans nécessairement écrire des explications.

Mais cette procédure peut garder du sens si on produit ce résultat de la manière suivante :

On pense et/ou on dit : « 4 pommes coûtent 2 € ».

On écrit le nombre 2.

On pense et/ou on dit : « 1 pomme coûte 4 fois moins ».

On complète ce qu'on a commencé d'écrire : $\frac{2}{4}$.

On pense et/ou on dit dit : « 5 pommes coûtent 5 fois plus ».

On complète ce qu'on a commencé d'écrire : $\frac{2}{4} \times 5$ €

Proposition pour introduire la notion de proportionnalité

Pour introduire la notion de proportionnalité, il me semble intéressant de mettre les élèves devant une situation-problème qui les amène à produire eux-mêmes des écrits variés :

Exemple :

Nombre de gâteaux	5	20	25
Prix à payer en €	12	?	?

Le problème posé peut l'être sous la forme d'un tableau ou sous la forme d'un énoncé en français.

Remarque : **les choix des différents nombres me semblent particulièrement importants (ici les nombres sont choisis pour favoriser la mise en œuvre de procédures basées implicitement sur les propriétés de linéarité).**

Lors de la mise en commun, les diverses procédures mises en œuvre spontanément par les élèves pourront être comparées et étudiées.

Il me semble important de proposer ensuite, très vite, une situation de ce type :

Durée de la partie de foot (en min.)	20	40	60
Nombre de buts marqués	3	?	?

L'objectif étant de bien faire apparaître qu'il y a des situations où je peux appliquer un certain nombre de propriétés et d'autres où je ne le peux pas.

Par exemple :

- il y a des situations où je peux dire :
J'achète 5 kg de pommes ; je paie 7 €.
Si j'achetais trois fois plus de pommes (15 kg), je paierais trois fois plus (21 €).
On dit alors que le prix des pommes achetées est proportionnel au "poids" des pommes.
- il y a des situations où je ne peux pas dire la même chose :
Je joue 20 mn au foot ; je marque 3 buts.
Si je jouais trois fois plus longtemps au foot (60 mn) ; je marquerais trois fois plus de buts (9).
Le nombre de buts marqués n'est pas proportionnel à la durée de la partie.