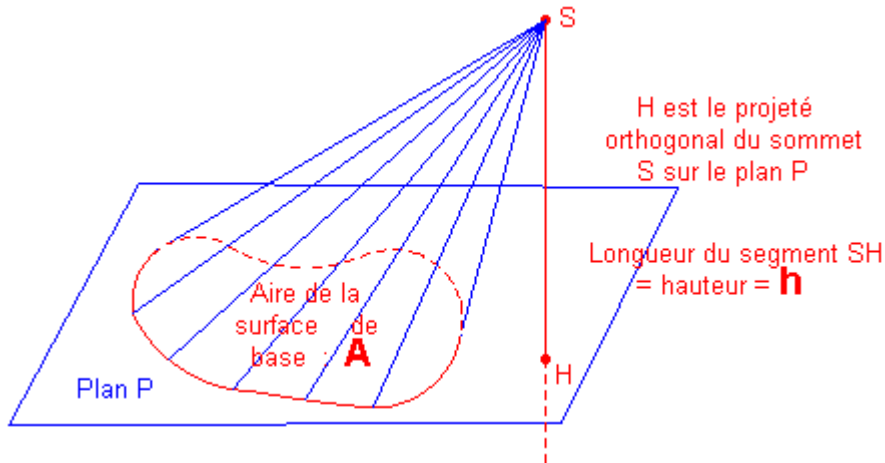


Volumes de quelques solides usuels

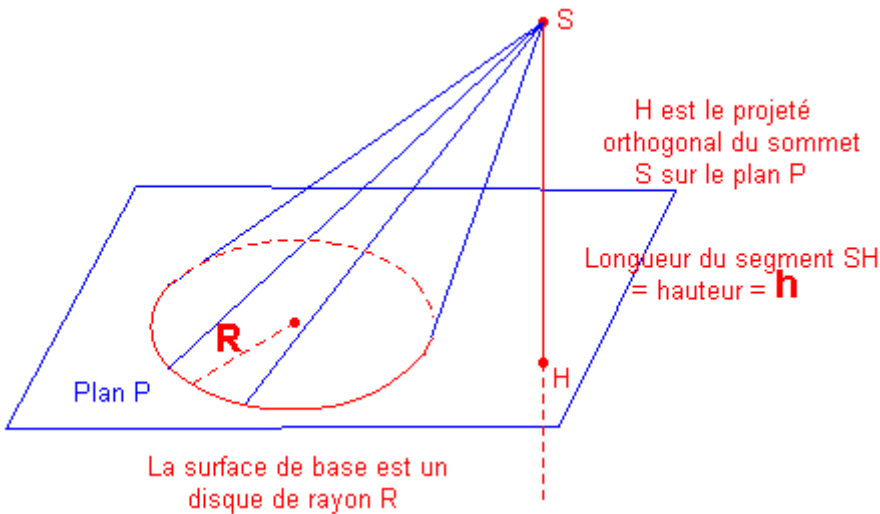
1°) CÔNE



$$V = \frac{1}{3} \times A \times h$$

Cas particuliers :

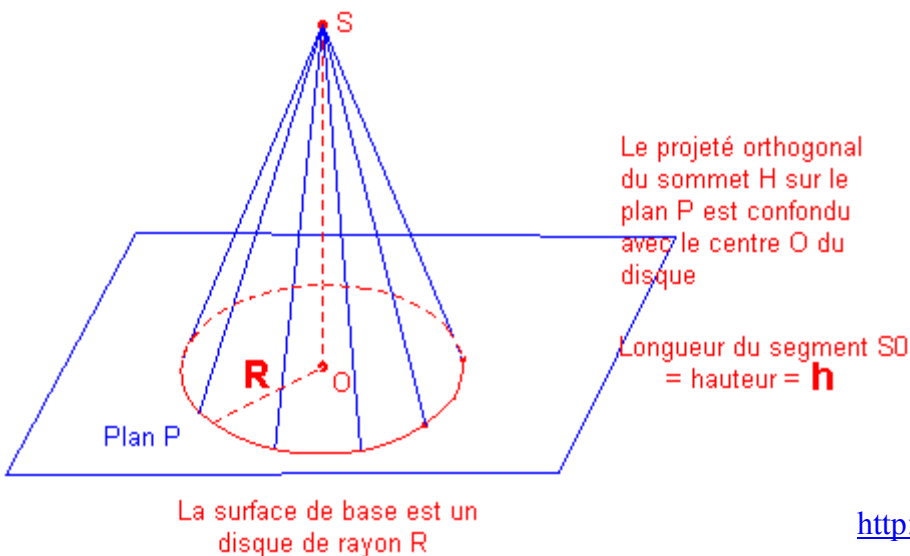
Cône cylindrique



$$V = \frac{1}{3} \times A \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h$$

Cône cylindrique droit (ou cône de révolution)



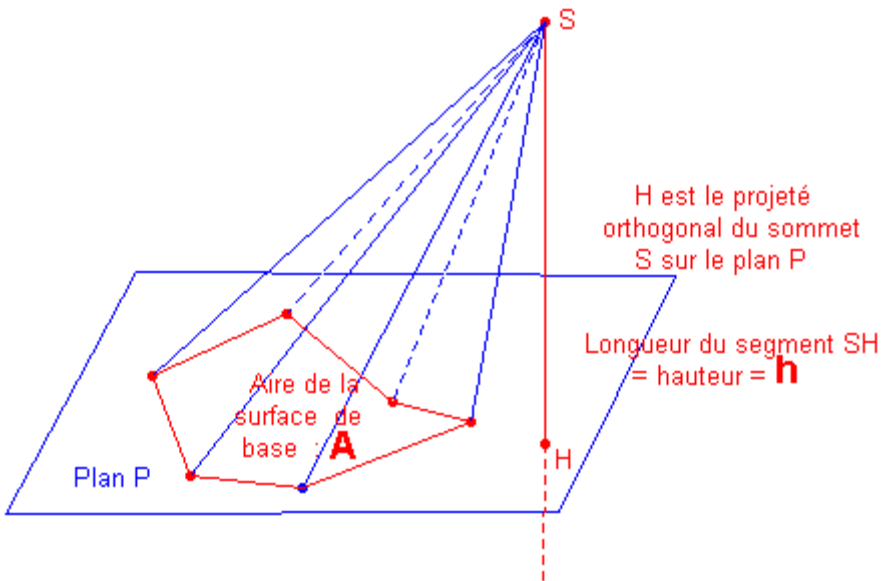
$$V = \frac{1}{3} \times A \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h$$

D. Pernoux

<http://perso.wanadoo.fr/pernoux>

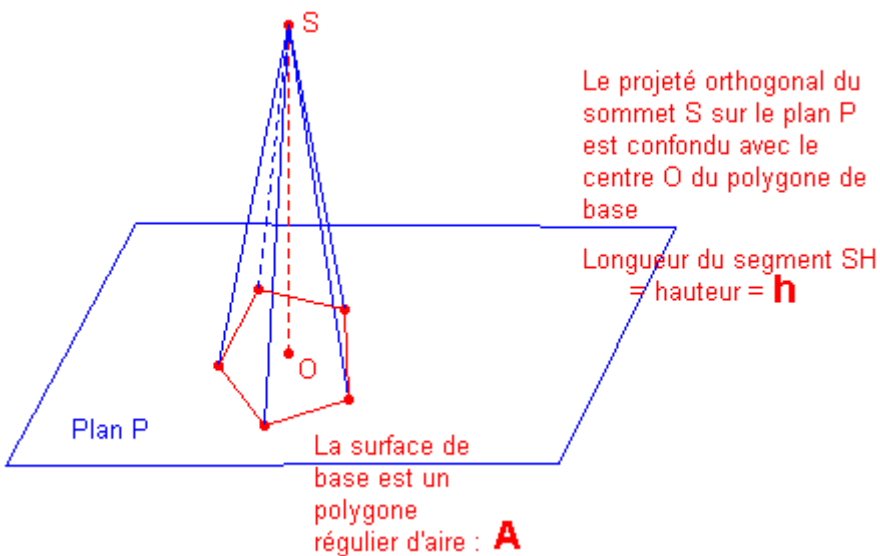
2°) PYRAMIDE



$$V = \frac{1}{3} \times A \times h$$

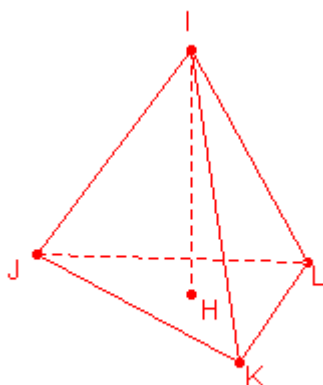
Cas particuliers :

"Pyramide régulière" (remarque : ce n'est un polyèdre régulier que dans le cas où c'est un tétraèdre régulier)



$$V = \frac{1}{3} \times A \times h$$

Tétraèdre quelconque



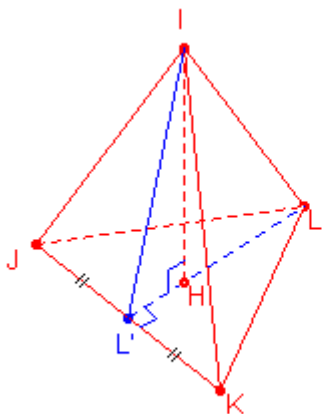
H est le projeté orthogonal du sommet I sur le plan (JKL)

Longueur du segment IH = hauteur du tétraèdre associée au sommet I = **h**

Aire du triangle JKL = **A**

$$V = \frac{1}{3} \times A \times h$$

Tétraèdre régulier



H, projeté orthogonal du sommet I sur le plan (JK) est le centre du triangle équilatéral JKL

Longueur du segment IH = hauteur associée au sommet I = **h**

Aire du triangle JKL = **A**

Les trois faces sont des triangles équilatéraux

Soit a la longueur des arêtes

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$h = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

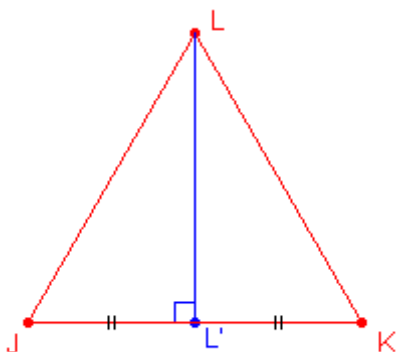
Volume du tétraèdre régulier :

$$\frac{1}{3} \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Explications :

Calcul de **A** :



Calcul de **LL'** hauteur du triangle équilatéral JLL' : (on utilise le théorème de Pythagore)

$$JL'^2 + LL'^2 = JL^2 \text{ donc } LL'^2 = JL^2 - JL'^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$LL' = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Calcul de **A** :

$$A = \frac{1}{2} \times JK \times LL' = \frac{1}{2} \times a \times \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Calcul de **h**

$$h = IH$$

Or, d'après le théorème de Pythagore, $IL'^2 = IH^2 + L'H^2$ donc $IH^2 = IL'^2 - L'H^2$

Valeur de **IL'** :

$$IL' \text{ vaut, comme } LL', \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Calcul de **L'H**

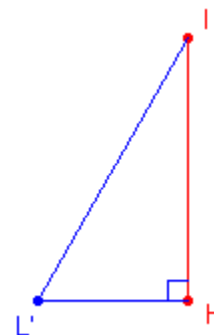
H est le centre du triangle équilatéral JKL. Il est donc, en particulier, le centre de gravité du triangle JKL et est donc situé au tiers de la médiane LL' en partant de L'.

$$L'H = \frac{1}{3} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Retour au calcul de **IH** :

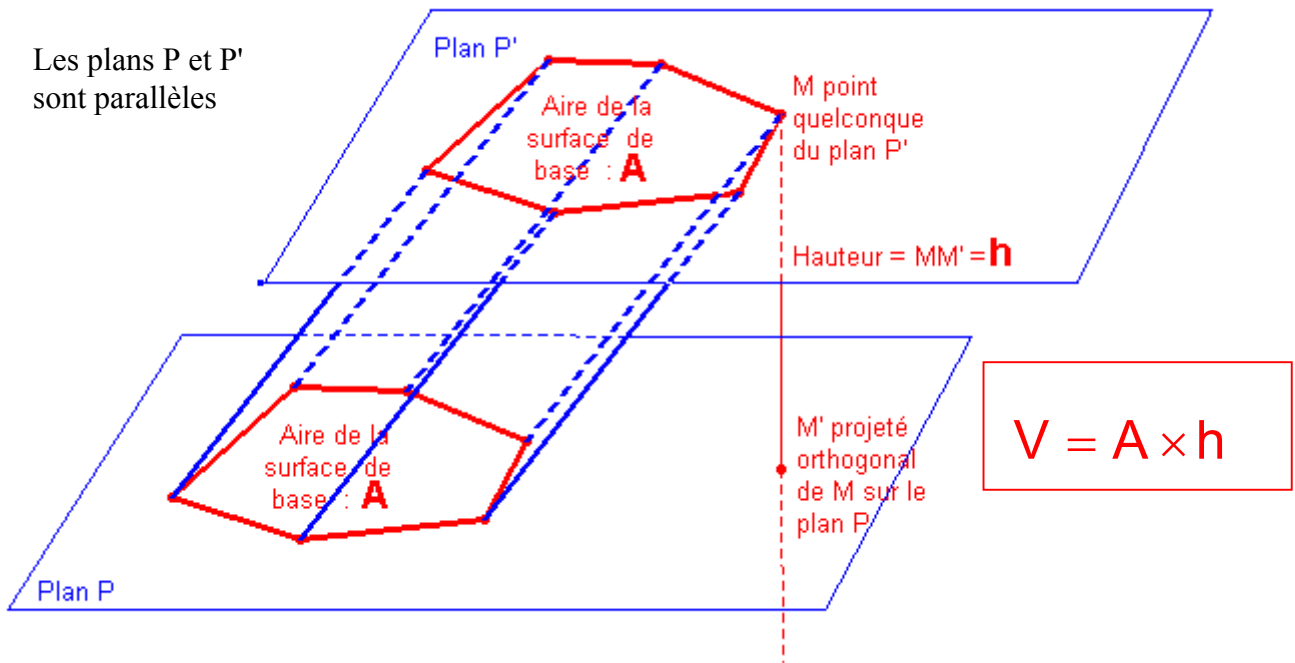
$$IH^2 = IL'^2 - L'H^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{36} = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{12} = \frac{9a^2 - a^2}{12} = \frac{8a^2}{12} = \frac{2a^2}{3}$$

$$\text{Donc } h = IH = \sqrt{\frac{2a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$



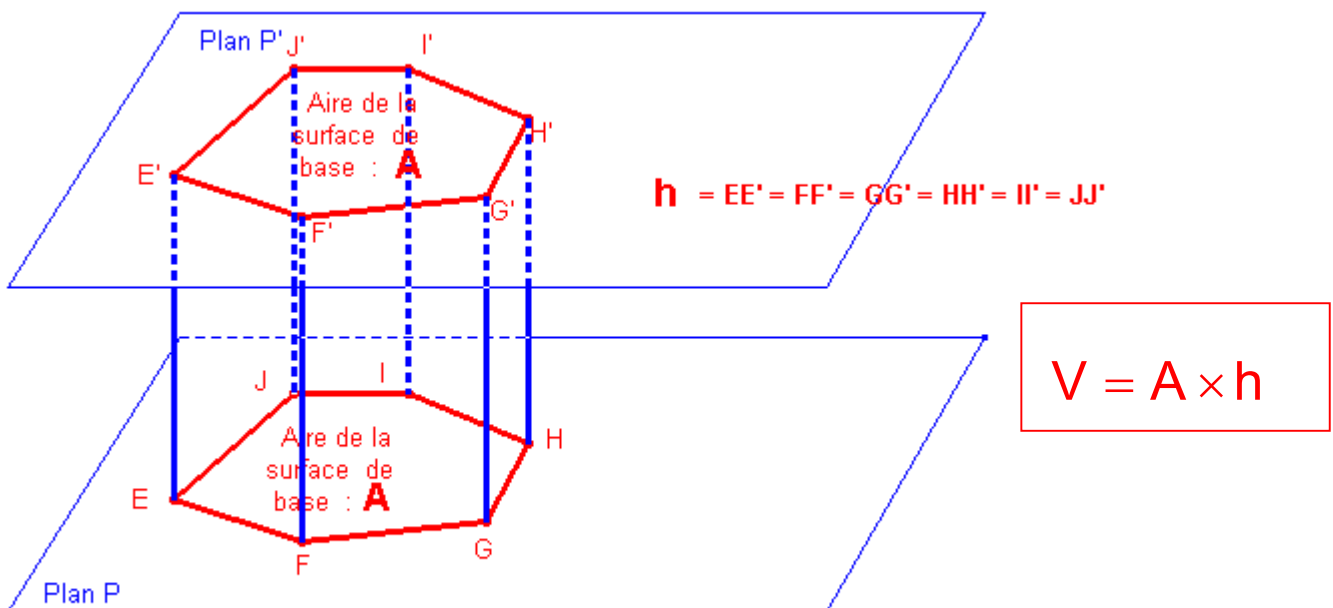
3°) PRISME

Les plans P et P' sont parallèles



Cas particuliers :

Prisme droit :



Cas particulier de prisme droit :

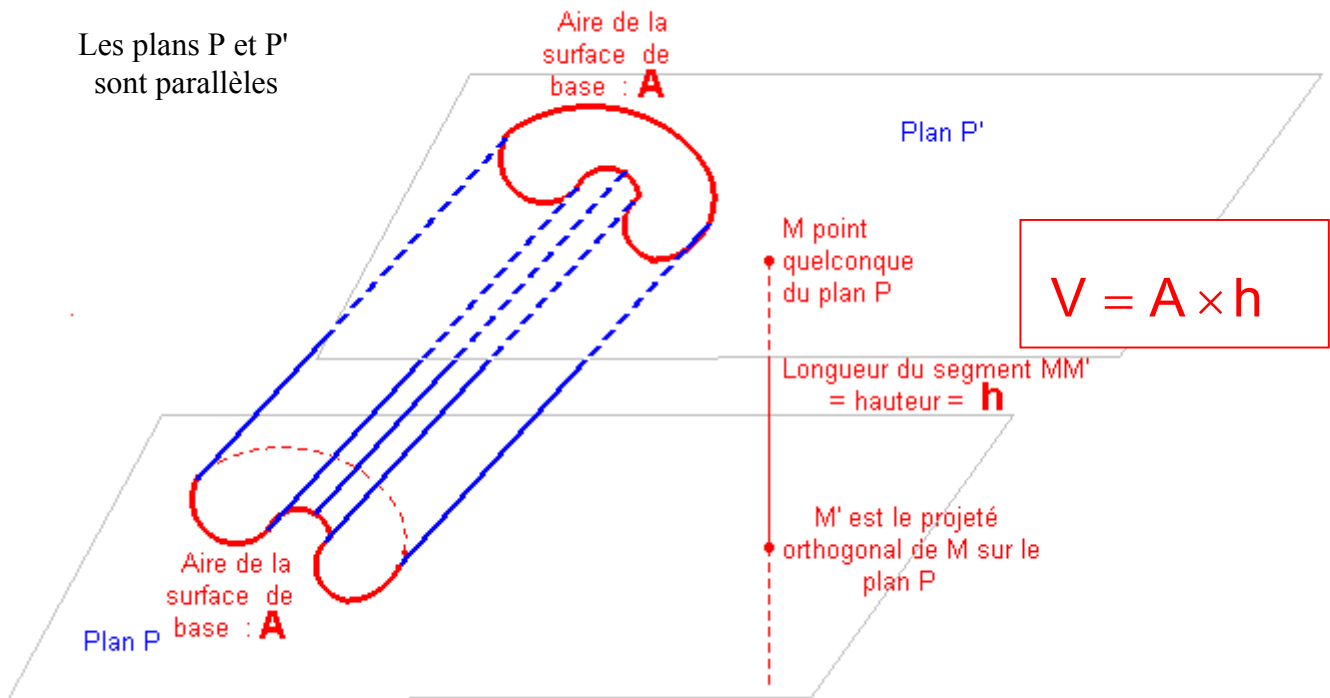
Le parallépipède rectangle (ou pavé droit) $V = L \times l \times h$

Cas particulier de parallépipède rectangle :

Le cube $V = a^3$

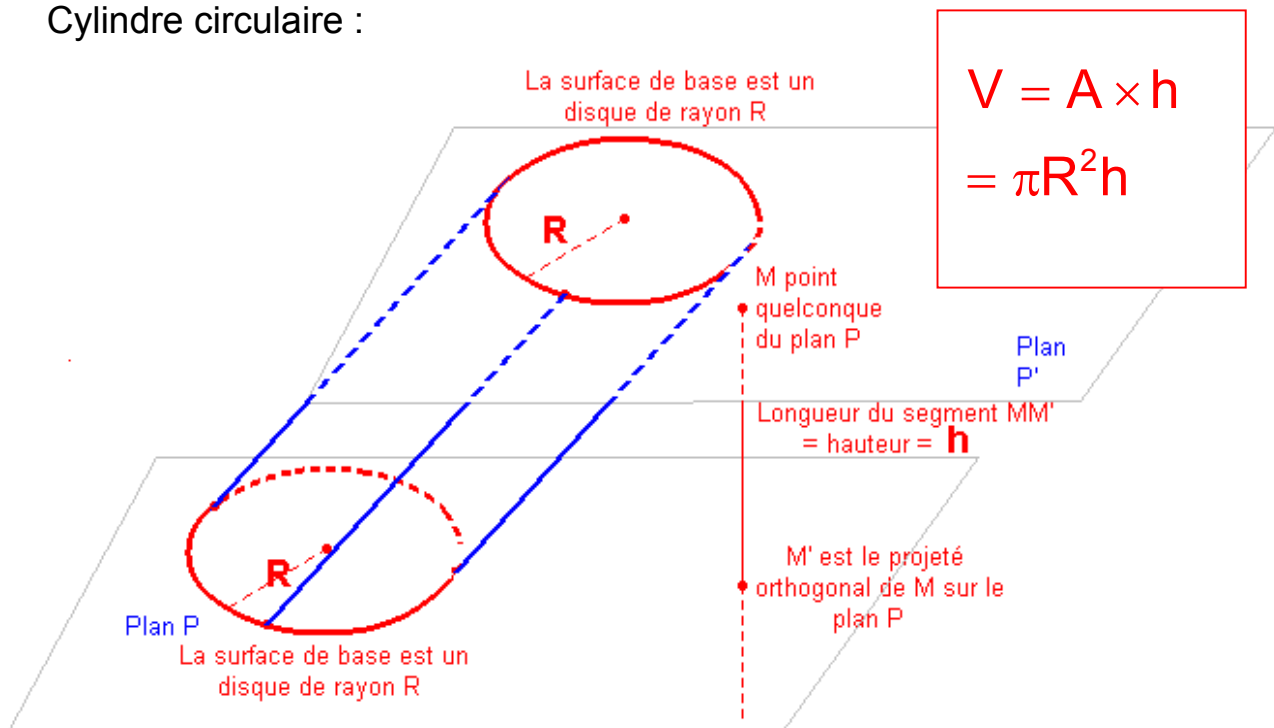
4°) CYLINDRE

Les plans P et P' sont parallèles

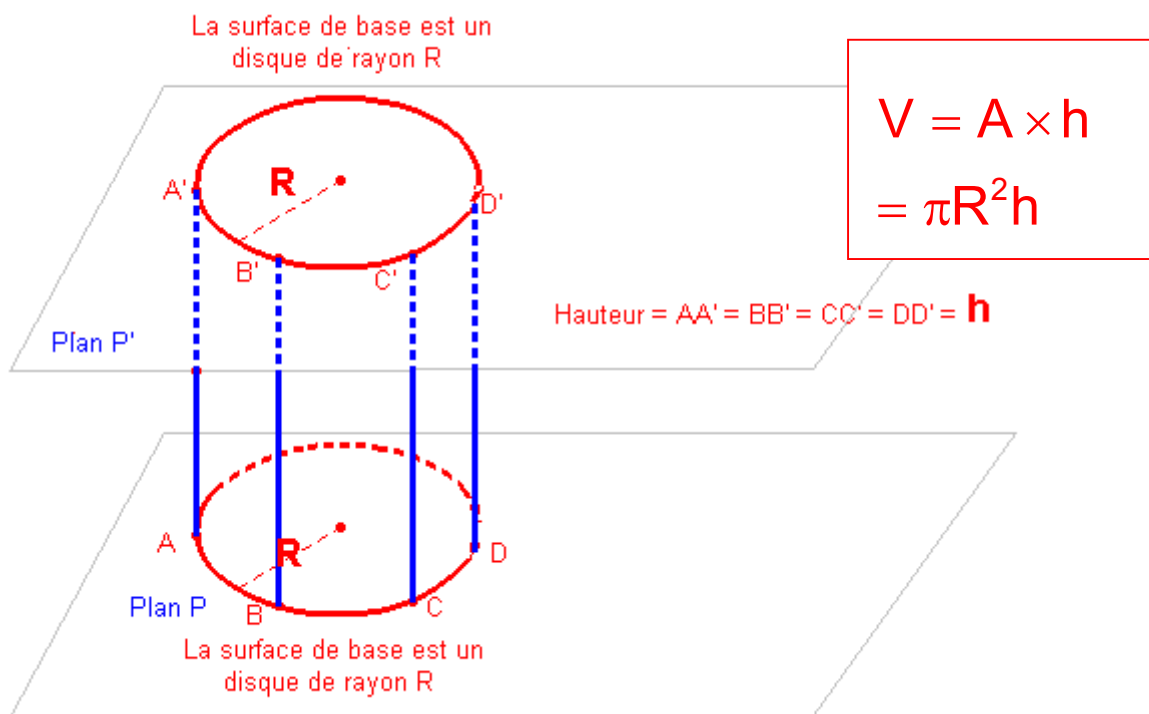


Cas particuliers :

Cylindre circulaire :



Cylindre circulaire droit (ou cylindre de révolution) :



5°) SPHÈRE

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$