

# MATHEMATIQUES-CONCOURS BLANC du 10/03/2004

## PREMIER VOLET

### Première Partie

#### Problème

I

Soit ABC un triangle, A', B' et C' les milieux des côtés [BC], [CA] et [AB].

1. Tracer la figure à la règle et au compas en laissant apparents les traits de construction.
2. Montrer que (AC), (BC) et (AB) sont respectivement parallèles à (A'C'), (B'C') et (A'B').
3. Calculer l'aire du triangle A'B'C' en fonction de celle du triangle ABC.

II

Soit I J K un triangle. On place les points I', J' et K' respectivement sur les côtés [J K], [I K] et [I J] de telle sorte que

$$\frac{IK'}{IJ} = \frac{JI'}{JK} = \frac{KJ'}{KI} = r$$

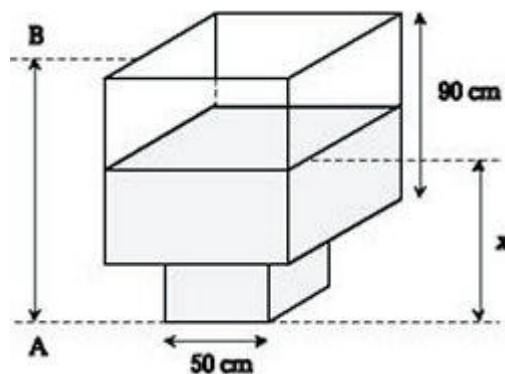
où r est un nombre compris entre 0 et 1.

1. Dites à quoi correspond le triangle I'J'K' dans les cas où  $r = 0$  et  $r = 1$ .
2. Tracer la figure à la règle et au compas (en laissant apparents les traits de construction)

lorsque  $r = \frac{1}{5}$

#### Exercice 1

Une cuve est formée de deux cubes superposés qui communiquent entre eux. L'arête du cube supérieur (le grand cube) mesure 90 cm. L'arête du cube inférieur (le petit cube) mesure 50 cm.



Cette cuve contient un liquide. On note x la hauteur de liquide dans la cuve.

On note  $V(x)$  le volume, en litres, du liquide dans la cuve lorsque la hauteur est x, (x étant exprimé en cm).

1. Calculer  $V(30)$ ,  $V(51)$ ,  $V(90)$ .
2. Exprimer  $V(x)$  en fonction de x.

3. Construire sur la feuille de papier millimétré mise à votre disposition une représentation graphique de la fonction qui à  $x$  associe  $V(x)$ .

## Exercice 2

Voici un exemple de la manière qu'avaient les Egyptiens de multiplier deux nombres entre eux :

25	35
12	70
6	140
3	280
1	560
	875
	$25 \times 35 = 875$

On convient d'appeler colonne de gauche la colonne des nombres : 25 ; 12 ; 6 ; 3 ; 1. Dans l'exemple fourni, la colonne de gauche comporte 5 lignes.

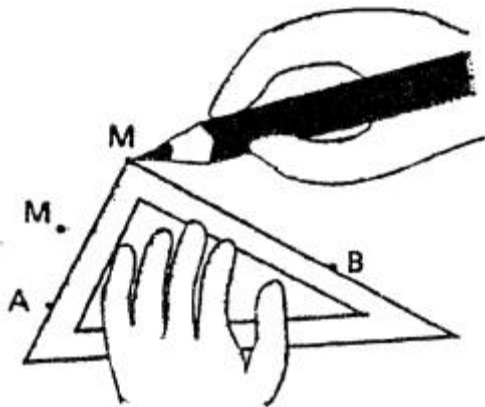
On convient d'appeler colonne de droite la colonne des nombres : 35 ; 70 ; 140 ; 280 ; 560 .

1. En utilisant le procédé égyptien, calculer  $186 \times 31$ .
2. Construire un exemple de multiplication de deux nombres, exemple dans lequel la colonne de gauche comporte 8 lignes et où l'on barre toutes les lignes, sauf la dernière.

## Deuxième Partie

Dans une classe de cycle 3 (CM2), le maître donne l'énoncé suivant :

### **Cherchons un**



Observe le dessin. Louis a placé deux points A et B sur une feuille. Avec son équerre, il cherche des points M tels que la droite AM et la droite BM soient perpendiculaires.

À ton tour, place deux points A et B sur une feuille blanche, et cherche au moins dix points M en faisant comme Louis. Que remarques-tu sur la position de ces points ?

**Optimath CM2 - Hachette Education**

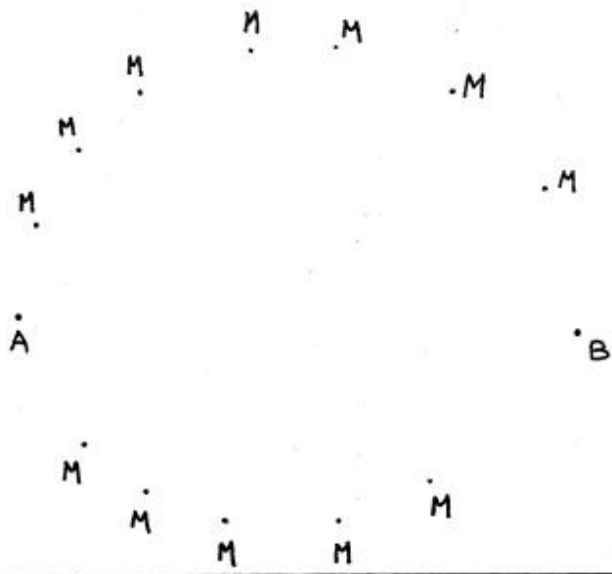
**peu...**

Au bout de 15 minutes, il récupère l'ensemble des travaux. Six de ces travaux vous sont fournis en annexe 1, numérotés de 1 à 6.

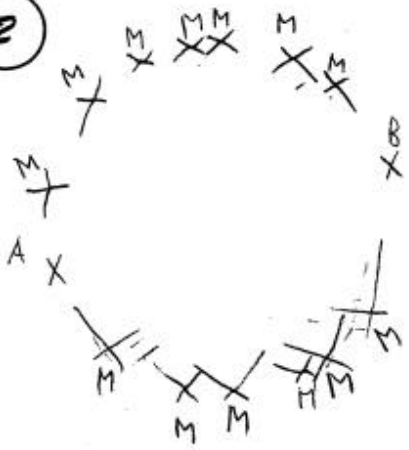
1. a) Faire l'exercice proposé aux élèves sur une feuille blanche.  
b) Quelle propriété géométrique l'exercice permet-il de mettre en évidence ?
2. Parmi les constructions des élèves, indiquer celles qui sont incorrectes et émettre des hypothèses sur l'origine des erreurs commises.
3. Quelle incidence, la formulation et/ou le dessin fourni dans l'énoncé peuvent-ils avoir eue dans les productions 3 et 6 ?
4. Commenter brièvement les réponses écrites des élèves dans les productions 2 et 5.

Annexe 1

1



2



Je remarque que les points M forme un cercle et com peu en trace une infinité points

3



Je remarque qu'il forme un rond.

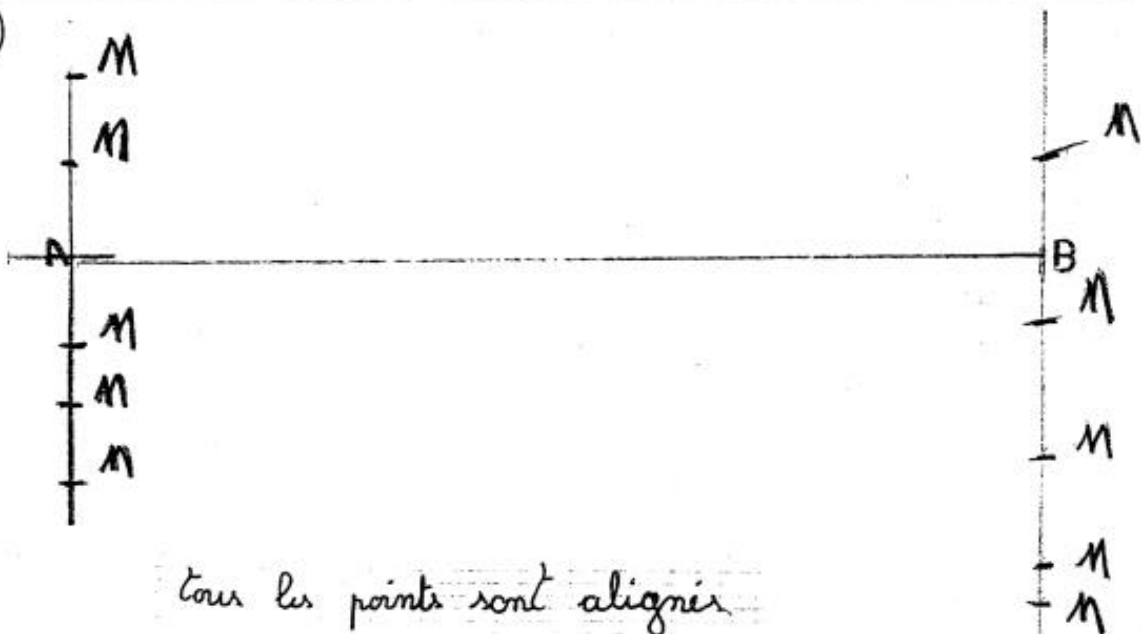
Annexe 1 (suite)

4



Les points M forme un cercle de centre identique de centre de segment AB

5



6

A

B

M M M M M M M M M M

## DEUXIEME VOLET

Vous trouverez en **annexe 3 (3 pages)**, la chronique d'une séquence réalisée en classe. Les questions suivantes portent sur cette séquence. Afin de ne pas alourdir le dossier, certaines séances ont été supprimées.

1. A quel niveau d'enseignement s'adresse cette séquence ?  
Justifiez votre réponse en liaison avec les Instructions Officielles.
2. Quel est l'objectif de chacune des séances 1, 4, 5 et 7 ?
3. Dans la quatrième séance, pourquoi, en milieu d'activité, la maîtresse demande-t-elle à être guidée ?
4. Dans cette séquence, indiquez deux variables didactiques choisies par la maîtresse et expliquer comment elles permettent d'atteindre les objectifs fixés.
5. Indiquez brièvement une séance pouvant prolonger la séquence proposée en annexe en précisant ses objectifs.

## Annexe 3 (Deuxième Volet) – Page 1

## Activités préalables

La séquence décrite ci-dessous a été précédée d'une découverte du « codage » à l'occasion d'activités très simples (je trace un rond chaque fois que j'entends le bruit d'un marron qui tombe dans la boîte, un autre signe chaque fois qu'un élève passe devant le tableau, chaque fois que l'on frappe sur le tambourin, etc.).

## CHRONIQUE

Déroulement des séances  
(Chacune dure 30 à 45 mn)

## — Première séance

Sous le préau, nous utilisons les carreaux dessinés sur le sol pour des jeux libres.

- Comment jouez-vous avec ces carreaux ?  
Les enfants se mettent à sauter d'un carreau dans l'autre.

Nathalie :

— *Moi, je sais jouer à la marelle.*

Corinne :

— *On n'a pas de palette.*

Martine :

— *C'est pas comme ça.*

Servane :

— *Moi, je connais une autre marelle.*

Au bout d'un moment :

- Mettez-vous d'accord sur une sorte de marelle et chacune va me montrer comment elle saute.

Chaque enfant saute à son tour, je les laisse s'entraîner, certains enfants ne sachant pas du tout sauter sur un pied, d'un carreau dans l'autre.

Corinne :

— *Tu sautes mal, on pose pas les 2 pieds.*

Servane :

— *C'est pas le bon carreau.*

Yamina :

— *Fais pas deux pas dans un carreau.*

Au bout d'un moment, je propose :

- Vous allez faire un grand quadrillage à la craie. Les enfants tracent sur le sol un quadrillage 5 x 5 sous ma direction. Et sans y être invitées, elles se mettent à sauter sur ce quadrillage.

- Cherchez comment passer d'un carreau dans l'autre.

On me propose le passage par le côté et le



passage par l'angle (elles disent le coin).

A ce stade, elles se contentent de sauter, aucune trace n'est laissée sur le sol.

- Nous allons jouer à suivre des chemins mais il y aura une règle : on passe par le côté, pas par le coin.

Et sans rien dire, je pose un rond vert et un carré rouge sur 2 cases quelconques du quadrillage.

Toutes :

— *C'est pourquoi le rond et le carré ?*

- Cherchez

Christine :

— *Je crois que je sais : par exemple le carré c'est la case où on commence et le rond la dernière.*

On dira :

La case de départ.

La case d'arrivée.

Nathalie :

— *Alors, c'est mieux le contraire. Le vert c'est pour partir, le rouge pour s'arrêter.*

Elles sont d'accord et sautent sur le quadrillage librement.

## — Quatrième séance

Nous continuons le jeu.

- Aujourd'hui, l'enfant qui se déplace va être guidée par une autre.

Servane guide Nathalie.

Sylvie :

— *Suis-moi.*

Elle tire Nathalie par le bras et passe avant elle dans les carreaux. Pas de problème.

On change de partenaires.

Martine :

— *Va là !*

Et elle pousse Corinne (je ne vois d'ailleurs pas très bien qui décide de la direction à suivre).

On change encore de partenaires.

Corinne :

— *Avance.*

Elle tient sa camarade par la main et pointe le doigt sur le carreau où elle doit aller. Le jeu continue.

Maintenant, je change un peu la règle du jeu, celle qui guide ne doit plus bouger de sa place.

Martine :

— *Va là !, tourne ! tout droit !*

Ça semble fonctionner. En raison de la place de la case d'arrivée, Martine sur le quadrillage interprète les ordres qu'elle reçoit. A un moment Nathalie et Valérie protestent.

Nathalie et Valérie :

— *C'est pas possible, il faut sortir du quadrillage.*

Celle qui est sur le quadrillage a tourné à gauche parce que ça lui semblait logique, sans écouter les ordres qu'elle recevait.

- C'est à mon tour de jouer, vous allez me guider.

Valérie :

— *Tourne.*

Depuis le départ les ordres : « tout droit » ne m'avaient pas permis de les obliger à être plus précises. Cette fois, je tourne du côté qui est probablement le mauvais.

Valérie :

— *Non, tourne !*

- J'ai fait, ce que tu as dit, j'ai tourné.

Valérie :

— *Non, tourne !*

Je tourne de nouveau, mais je ne suis plus du tout sur le chemin qu'elles veulent me faire suivre.

Je me replace dans le carreau où j'étais quand Valérie a dit « tourne » la première fois.

Valérie :

— *Tourne à droite !*

C'est justement à gauche qu'elle voulait me faire aller.

Elles ne sont pas d'accord.

Toutes les tentatives pour guider en utilisant droite et gauche seront vouées à l'échec.

Je tourne à droite.

Valérie :

– Non, à gauche!

Je reprends ma place dans le carreau et refuse de bouger.

- Tu dis à droite, puis à gauche. Si tu ne m'explique pas mieux, je ne peux plus continuer mon chemin.

Pendant un moment, elles ne trouvent pas la solution.

Puis Nathalie trouve enfin.

Nathalie :

*Tourne vers le tableau!*

Je reprends un nouveau déplacement sous l'œil très intéressé de toutes les enfants.

Nathalie :

– *Tourne vers la grande table!*

Nathalie :

– *Vers le tableau!*

Nathalie :

– *Vers la fenêtre.*

Je tourne vers celle du couloir, sachant qu'elle pensait à la fenêtre qui donne sur la cour.

Nathalie :

– *Non, vers les rideaux!*

Un peu après, pour aller dans la 4<sup>e</sup> direction, elle dira :

Nathalie :

– *Va vers les fleurs!*

Les enfants jouent en utilisant, les directions qui viennent d'être précisées par Nathalie.

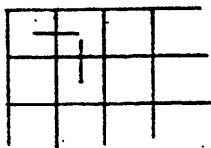
#### Cinquième séance

- Nous allons jouer comme hier, mais j'aimerais voir le chemin sur le quadrillage, comme l'autre jour.

Le jeu reprend avec une équipe de 3.

- 1 enfant saute sur le quadrillage.
- 1 enfant la guide : « va vers le tableau, etc. »
- 1 enfant trace au fur et à mesure le déplacement effectué.

Les enfants reviennent spontanément à une représentation du type :



Si, pour beaucoup il n'y a plus de problèmes, un petit groupe éprouve encore beaucoup de difficultés tant pour guider que pour obéir ou même tracer le déplacement.

Je décide de mettre la classe en travail autonome pour ne m'occuper aujourd'hui que de ce petit groupe.

- Regardez ce quadrillage et ce bouchon, nous allons jouer avec.

Un quadrillage beaucoup plus petit (12 x 12) est peint sur un tableau.

Les enfants ont compris.

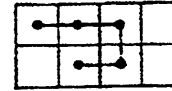
– *Il faut mettre le départ et l'arrivée.*

Des enfants jouent, là aussi on laisse la trace du passage d'un carreau dans l'autre.

- Maintenant, faites sauter une craie au lieu du bouchon.

On arrive à avoir une trace qui montre bien le déplacement d'un carreau à l'autre et le chemin suivi du départ à l'arrivée.

La craie en sautant laisse une trace sur le tableau.



#### Septième séance

Nous reprenons le travail de la séance précédente. Elles refont les mêmes propositions qu'hier m'obligeant à répéter la consigne puis :

Servane :  
– *Je sais, on prend une ardoise et on écrit des signes, comme l'autre jour dans la cour,* (il s'agissait des codages d'actions simples signalés en introduction).

- Tu as un tableau derrière toi.

Servane écrit au tableau :

Servane :

– *Ça veut dire : tu vas vers les rideaux.*

Valérie effectue le déplacement désiré. Personne ne dit rien.

J'interviens.

- Tu ne devais pas parler.

Servane :

– *Alors, je vais lui expliquer avant.*

- Vas-y.

Servane dessine un signe, explique ce qu'elle veut dire, l'efface, passe au suivant, fait ainsi pour les quatre.

Le jeu commence en silence.

Servane dessine le signe nécessaire pour que Valérie fasse un pas.

Par exemple : □

Valérie qui saute, s'arrête.

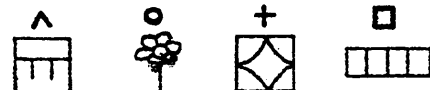
Valérie :

– *Je sais plus ce que ça veut dire.*

Corinne :

– *Servane, il faut écrire dans un coin et écrire aussi le chemin sur le tableau.*

Servane fait ce que Corinne vient de lui conseiller pour le code :



mais elle veut effacer.

(Dans l'ordre, les dessins représentent un pas vers la table, vers les fleurs, vers les rideaux, vers le tableau).

Toutes :

– *Non, efface pas!*

Nathalie :

– *T'as qu'à montrer les signes.*

Servane commence.

Elle montre un signe, Valérie sante, mais quand elle montre deux fois le même signe ce n'est pas très clair.

Valérie :

– *Ça y est !*

Servane :

– *Non, encore une fois.*

• Attention, vous êtes obligées de parler.

Valérie :

– *Je ne peux pas !*

Servane montre les signes sans se soucier de l'endroit où elle conduit sa camarade et là, la fait sortir du quadrillage.

Servane :

– *Je vais écrire.*

Elle écrit □ et s'apprête à l'effacer.

On a enfin le codage du chemin et cette fois Servane avant d'écrire un signe, regarde où elle veut conduire sa camarade.

On a : □ □ + + + □

Je n'avais pas aimé que Servane choisisse □ craignant une confusion avec le dessin du tableau, de la table, ou des rideaux.

Il y a des erreurs chaque fois que Servane écrit □.

Servane :

– *C'est mal fait, ça la fait tromper !*

Valérie :

– *C'est toi qui l'as fait !*

Servane :

– *Le carré nous fait tromper, on va faire un bâton.*

Elle rectifie le code au tableau : |

Un code satisfaisant est adopté.

Il reste à s'en servir au cours des prochaines séances.