

Formules de combinatoire

(pas explicitement au programme du CRPE mais pouvant être utiles pour certains problèmes « pour chercher »)

Soit un ensemble E ayant n éléments
Exemple avec n = 4 : E = {a,b,c,d}

Listes de p éléments pris parmi les n éléments de E	Arrangements de p éléments pris parmi les n éléments de E	Combinaisons de p éléments (= sous-ensembles de p éléments) pris parmi les éléments de E
<p>L'ordre dans lequel on choisit les éléments compte. Il peut y avoir des répétitions.</p>	<p>L'ordre dans lequel on choisit les éléments compte. Il ne peut pas y avoir de répétitions.</p>	<p>L'ordre dans lequel on choisit les éléments ne compte pas. Il ne peut pas y avoir de répétitions.</p>
<p>Exemple avec p = 3 : (a,a,a), (a,a,b),, (a,b,c),, (b,a,c), ...</p>	<p>Exemple d'arrangements avec p = 3 : (a,b,c), (a,b,d),, (b,a,c),</p>	<p>Combinaisons avec p = 3 : {a,b,c}, {a,b,d}, {a,c,d}, {b,c,d}</p>
<p>Pour trouver toutes les listes, on peut utiliser un arbre :</p> <p>Premier élément : a b c d</p> <p>Deuxième élément : a b c d etc.</p> <p>Troisième élément : a b c d etc.</p>	<p>Pour trouver tous les arrangements, on peut utiliser un arbre :</p> <p>Premier élément : a b c d</p> <p>Deuxième élément : b c d etc.</p> <p>Troisième élément : c d etc.</p>	<p>Pour trouver toutes les combinaisons, on ne peut pas utiliser d'arbre et la formule générale est compliquée.</p>
<p>Nombre de listes : $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$</p> <p>Formule générale : n^p</p>	<p>Nombre d'arrangements : $4 \times 3 \times 2 = 24$</p> <p>Formule générale : $n \times (n-1) \times (n-2) \times \text{etc.}$ <small>On s'arrête quand il y a p facteurs</small></p>	<p>Nombre de combinaisons : 1°) Exemple avec p = 3 A chaque combinaison il correspond $3 \times 2 \times 1$ arrangements. Il y a donc $3 \times 2 \times 1$ fois moins de combinaisons que d'arrangements. Le nombre de combinaisons est donc égal à $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1}$</p> <p>2°) Formule générale : $\frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots}{p \times (p-1) \times (p-2) \times \dots}$ <small>On s'arrête quand il y a p facteurs en haut et en bas</small></p>
	<p>CAS PARTICULIER n = p</p> <p>Les arrangements de n éléments pris parmi les éléments de E sont appelés permutations des éléments de E. Il y en a $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ Exemple : si n = 4, il existe $4 \times 3 \times 2 \times 1$ soit 24 permutations des éléments de E : (a,b,c,d), (a,b,d,c), (a,c,b,d), etc.</p>	