Proposition de corrigé

1) Soit n-1, n et n+1 les trois nombres entiers naturels consécutifs cherchés.

(n-1) + n +(n+1) = 3n

a) $3n = 105$
$n = 35$

La somme de trois nombres entiers naturels consécutifs vaut 105 lorsque ces nombres sont 34, 35 et 36.

b) $3n = 210$
$n = 70$

La somme de trois nombres entiers naturels consécutifs vaut 210 lorsque ces nombres sont 69,70 et 71.

c) $3n = 77$
$n = \frac{77}{3}$ impossible car n entier

La somme de trois nombres entiers naturels consécutifs ne peut pas valoir 77.

d) $3n = 144$
$n = 48$

La somme de trois nombres entiers naturels consécutifs vaut 105 lorsque ces nombres sont 47,48 et 49

e) $3n = 326$
$n = \frac{326}{3}$ impossible car n entier

La somme de trois nombres entiers naturels consécutifs ne peut pas valoir 326.

2) Pour qu'un entier naturel N puisse être la somme de trois entiers consécutifs, il faut et il suffit que ce nombre soit un multiple de 3.

Justification :

- si N est un multiple de 3, N s'écrit 3n (avec n entier) et alors : N = (n-1) + n + (n+1) où n-1, n et n+1 sont des entiers consécutifs
- si N n'est pas un multiple de 3, N ne peut être écrit comme la somme de trois entiers consécutifs puisque la somme de tris entiers consécutifs est toujours un multiple de 3 (voir 1°).

3) $\overline{34a7}$ est la somme de trois entiers consécutifs quand $\overline{34a7}$ est un multiple de 3 donc quand 3+4+a+7 est un multiple de 3 (voir règle de divisibilité par 3) donc quand 14+a est un multiple de 3.

D'où les valeurs possibles pour a : a=1 ou a=4 ou a=7.

(3417 = 1138+1139+1140 ; 3447 = 1148+1149+1150 ; 3477 = 1158+1159+1160)

4)

a) $\mathbf{21924} = 2\times10962 = 2^2\times5481 = 2^2\times3\times1827$

$= 2^2\times3^2\times609 = 2^2\times3^3\times203 = \mathbf{2^2\times3^3\times7\times29}$

D'où :

$\mathbf{21924} = 3^3\times(2^2\times7)\times29 = \mathbf{27\times28\times29}$

5) On procède par tâtonnement :

$20\times21\times22 = 9240$ Trop petit
$30\times31\times32 = 29760$ Trop grand
$25\times26\times27 = 17550$ Trop petit
$26\times27\times28 = 19656$ Trop petit
$27\times28\times29 = 21924$ Convient

5)	Procédure utilisée	Erreurs
Élève A	Division euclidienne de 42 par 3 puis ajustement pour trouver les trois nombres	Pas d'erreur
Élève B	Tâtonnement	Pas d'erreur
Élève C	Division euclidienne de 42 par 3 puis ajustement pour trouver les trois nombres	Ajustement incorrect : les trois nombres ne sont pas consécutifs N'a pas tenu compte correctement de la contrainte "qui se suivent" (cette expression est-elle comprise ?)
Élève D	Tâtonnement	Des erreurs de calcul et des nombres qui ne sont pas consécutifs La complexité de la tâche et les erreurs de calcul commises font que l'élève finit apr oublier une contrainte
Élève E	Recherche d'une décomposition additive de 42	Les nombres ne sont pas consécutifs Une des contraintes n'est pas prise en compte
Élève F	Recherche d'une décomposition additive de 42	Deux contraintes ("il faut trois nombres" et "les nombres doivent se suivre") ne sont pas prises en compte

6) On peut penser que le maître souhaite favoriser la procédure utilisée par l'élève A (division euclidienne suivie d'un ajustement) car cette procédure est rapide et efficace.
Remarque : la procédure utilisée par l'élève B (tâtonnement), bien que plus longue, a l'avantage d'être plus sûre (pas de division euclidienne à effectuer).

7) Objectif : Montrer que certains nombres ne peuvent être écrits comme la somme de trois entiers consécutifs.

8) a) Le maître pourrait proposer **des nombres qui soient des multiples de 3**, pour que le problème ait une solution, **mais de taille plus élevée, par exemple des nombres à quatre chiffres**, pour que l'utilisation de la calculatrice s'avère pertinente.
Exemples de nombres possibles : 9537, 7713, 8745

b) Exemple utilisant le nombre 8745.

Si on utilise la procédure de l'élève A :
8745 : 3 = 2915 (avec la calculatrice) donc 8736 = 2915 + 2915 + 2915 = 2914 + 2915 +2916

Si on utilise la procédure de l'élève B :
2000+2001+2002 = 6003 trop petit
3000+3001+3002 = 9003 trop grand
2500+2501+2502 = 7503 trop petit
2700+2701+2702 = 8103 trop petit
2900+2901+2902 = 8703 trop petit
2920+2921+2922 = 8763 trop grand
2914+2915+2916 = 8745 convient