Exemple de progression concernant la division

Remarques préalables : Rappels « d'ordre mathématique » pour l'enseignant :

a) Effectuer la division euclidienne d'un entier a positif ou nul (appelé dividende) par un entier b non nul (appelé diviseur) c'est trouver un entier q (appelé quotient) et un entier r (appelé reste) tels que $a = b \times q + r$ *et* $0 \leq r < b$. (*)
Remarque : le couple (q,r) est unique (à cause de la condition $0 \leq r < b$ *).*

b) La division peut intervenir dans des situations de partage, de distribution (on parle de division-partition) ou dans des situations de regroupement, ... (on parle de division-quotition):

Situation de partage

On dispose de 45 bonbons à partager équitablement entre 6 enfants ? Combien chaque enfant aura-t-il de bonbons ?
Question :« Combien dans chaque « paquet » ? »

? ? ? ? ? ?

Situation de regroupement

On dispose de 45 bonbons. On désire fabriquer des paquets de 6 bonbons. Combien peut-on fabriquer de paquets ?
Question : « Combien de « paquets » ? »

6 6 6 .... ?

Pour introduire la division, il faut bien choisir l'une ou l'autre des deux situations. Mais, il faudra un jour ou l'autre avoir fait les deux..

I Introduction de la notion de division (en amont de l'apprentissage de la technique opératoire traditionnelle)

On peut, par exemple, proposer aux élèves un problème correspondant à une situation de regroupement.

Le but est de faire comprendre ce que sont le quotient et le reste et d'arriver à des écritures du type a = bq + r

On peut, par exemple, envisager la situation qui consiste à chercher combien de boîtes de 24 œufs on peut remplir avec 108 œufs).
On peut s'attendre, entre autres, aux procédures suivantes :

procédure additive :
24+24=48   48+24=72   72+24=96   96+24 =120 (trop grand) donc q=4 puis on trouve r…

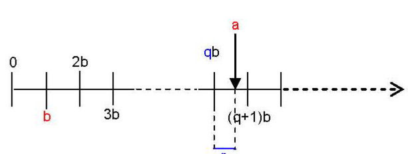
procédure multiplicative :
1×24=24   2×24=48   3×24=72   4×24=96   5×24=120 (trop grand) donc q=4 puis on trouve r…

procédure soustractive :
108-24=84   84-24=60   60-24=36   36-24=12   donc q=4 et r=12

combinaison des procédures précédentes…

D. Pernoux
http://perso.wanadoo.fr/pernoux

* Remarque : autre définition possible équivalente :
... c'est trouver un entier q (appelé quotient) et un entier r (appelé reste) tel que :
$bq \leq a < b(q+1)$ et $r = a - bq$



II Technique opératoire posée

Il s'agit d'améliorer progressivement la technique par soustractions successives en ayant en tête qu'on veut arriver d'une part à ôter des multiples du diviseur du type $10^n \times$ diviseur et, d'autre part, à faire en sorte qu'à chaque étape ces multiples soient les plus grands possibles.

1°) On peut commencer par une situation de regroupement (« Combien de paquets ? ») avec un quotient à un chiffre qui permettra de faire un travail sur les multiples sans aborder encore la technique posée traditionnelle. Exemple : 171 bonbons - des paquets de 25 bonbons - combien de paquets ?

2°) On peut continuer par une situation de partage (« Combien dans chaque paquet ? ») avec un quotient à un chiffre qui permettra, elle aussi, de faire un travail sur les multiples toujours sans aborder la technique traditionnelle. Exemple : 213 bonbons - 25 enfants – combien de bonbons chacun ?

3°) Pour aller vers la technique traditionnelle, on peut continuer par un problème de partage avec un dividende à plusieurs chiffres et un diviseur à 1 chiffre.
Exemple : 1621 bonbons à répartir entre 5 enfants.
Ce qu'il faut comprendre c'est que notre technique repose sur la méthode des soustractions successives optimisée (on distribue des paquets de 100 bonbons puis des paquets de 10 bonbons puis des bonbons isolés ; ce qui est difficile c'est de trouver le nombre maximum de paquets qu'on peut distribuer à chaque étape).

On cherche le nombre de chiffres du quotient. Voir http://pernoux.perso.orange.fr/Division.pps (début) (exemple à adapter car le diviseur a 2 chiffres).

Puis il s'agit d'arriver à trouver successivement combien on peut distribuer de paquets de 100 bonbons puis de paquets de 10 bonbons puis de bonbons isolés.
Voir http://pernoux.perso.orange.fr/Division.pps (suite) (exemple à adapter car le diviseur a 2 chiffres)

Remarques : on peut axer le travail sur le calcul mental (ce qui demande ici une connaissance de la table de multiplication par 5) mais on peut aussi donner un répertoire de multiples de 5 (ou amener l'élève à en construire un).

on peut, si on le juge utile, passer par cette étape, au niveau de la présentation des calculs :

$$\begin{array}{rl} & 1621 \\ - & 1500 \quad 5\times300 \text{ (on donne 3 paquets de 100 bonbons à chaque enfant)} \\ \hline & 121 \\ - & 100 \quad 5\text{x}20 \text{ (on donne 2 paquets de 10 bonbons à chaque enfant)} \\ \hline & 21 \\ - & 20 \quad 5\times4 \text{ (on donne 4 bonbons isolés à chaque enfant)} \\ \hline & 1 \end{array}$$

quotient : 324
reste : 1

D. pernoux
http://perso.wanadoo.fr/pernoux

Dans ce cas, il ne s'agit plus ensuite que d'une question de présentation des calculs (« on n'a pas besoin d'écrire 5 tout le temps ; pour se souvenir que c'est 5, on le met dans un coin »)

$$
\begin{array}{r|l}
1621 & \quad 5 \\ \cline{2-2}
-1500 & 324 \\ \cline{1-1}
121 & \bullet\bullet\bullet \\
-100 & \\ \cline{1-1}
21 & \\
-20 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}
$$

Remarque :
Dans son manuel « J'apprends les maths », Brissiaud écrit :

$$
\begin{array}{cccc|l}
m & c & d & u & \\
\cancel{1} & \cancel{6} & 2 & 1 & \quad 5 \\ \cline{5-5}
 & \cancel{1} & \cancel{2} & & 3\,2\,4 \\
 & & \cancel{2} & \cancel{1} & \\
 & & & 1 &
\end{array}
$$

4°) Il reste à voir la technique pour les divisions avec deux chiffres au diviseur**.** Dans ce cas la connaissance des tables de multiplication ne suffit pas. On peut dans un premier temps faire construire systématiquement un répertoire (table de multiples du diviseur). On peut aussi travailler par tâtonnement sans construction systématique a priori du répertoire.

$$
\begin{array}{r|l}
6\,7\,1\,3 & \quad 2\,1 \\ \cline{2-2}
-\ 6\,3\,0\,0 & 3\,1\,9 \\ \cline{1-1}
4\,1\,3 & \bullet\bullet\bullet \\
-\ 2\,1\,0 & \\ \cline{1-1}
2\,0\,3 & \\
-\ 1\,8\,9 & \\ \cline{1-1}
1\,4 &
\end{array}
$$

$21 \times 1 = 21$
$21 \times 2 = 42$
$21 \times 3 = 63$
$21 \times 4 = 84$
$21 \times 5 = 105$
$21 \times 6 = 126$
$21 \times 7 = 147$
$21 \times 8 = 168$
$21 \times 9 = 189$

Voir aussi :
http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/PE2/Resources/DivPDF.zip