NUMÉRATION DES NOMBRES NON ENTIERS

Remarques préalables importantes

Il s'agit de connaissances pour l'enseignant (mais voir les remarques en italique)

<u>Première remarque :</u>

Ne pas confondre
- nombre
- écriture**s** représentant ce nombre

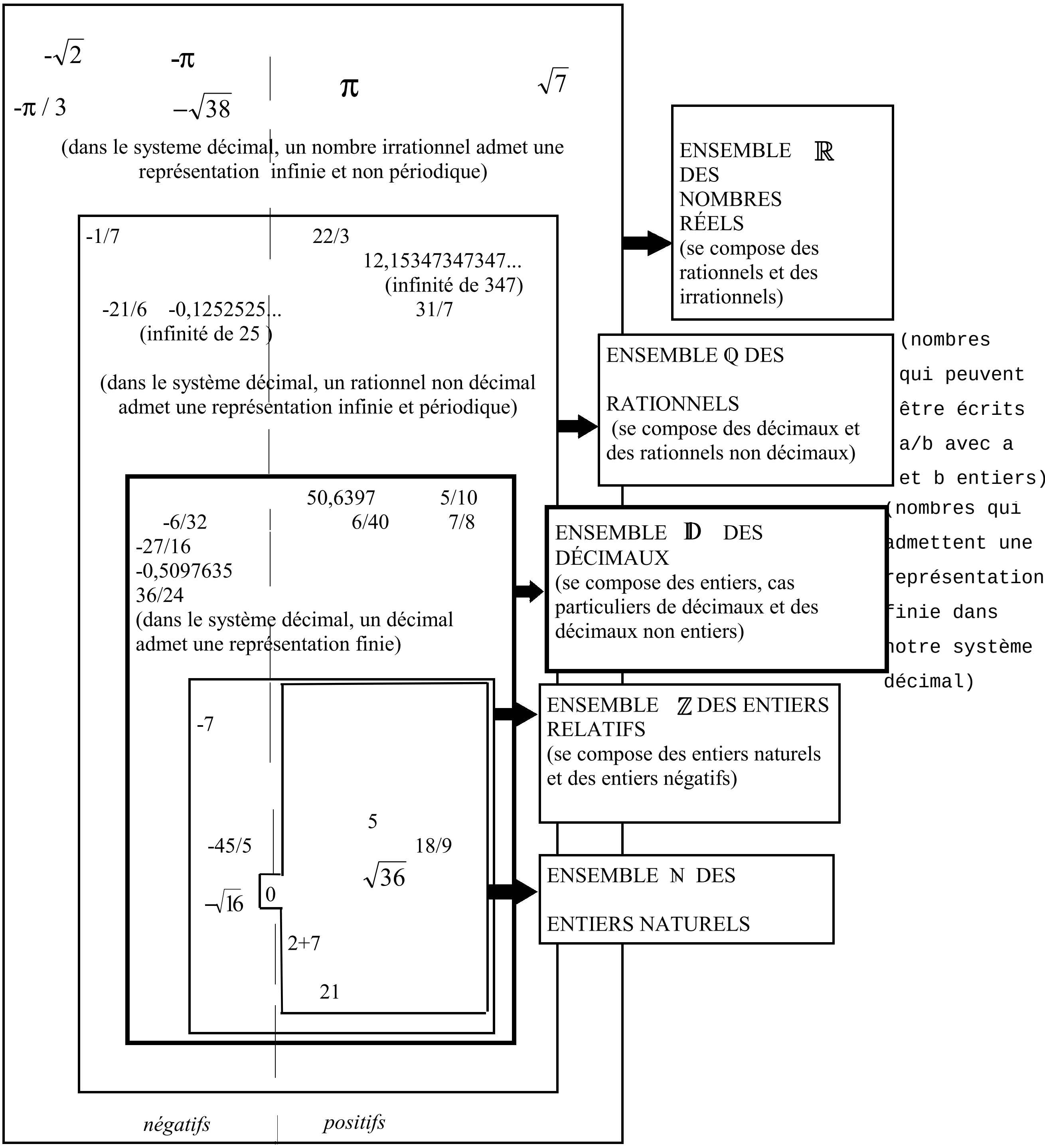
nombre :
- 0,2 + 0,05
- $\frac{2}{10} + \frac{5}{100}$
- $\frac{1}{4}$ (écriture fractionnaire ou **fraction**) *(en classe, on dira « fraction »)*
- 0,25 (**écriture décimale** = écriture habituelle en base dix) *(en classe, on dira « écriture à virgule »)*
- vingt-cinq centièmes

nombre :
- $(1000)_{\text{base cinq}}$
- 125 (**écriture décimale** = écriture habituelle en base dix) *(en classe, on dira « écriture avec des chiffres »)*
- cent vingt-cinq

<u>Deuxième remarque :</u>

Ne pas confondre
- **nombre décimal (ou décimal)** : nombre qui **peut** être représenté par une écriture décimale (= écriture habituelle en base dix) **finie** comme 125 ou 5,674 *(il n'est pas dans les compétences d'un élève de l'école primaire de savoir ce qu'est un nombre décimal)*
- **écriture décimale** : écriture habituelle d'un nombre en base dix (une écriture décimale peut être finie comme 125 ou 5,674 ou infinie comme $2,49\overline{678}$ qui signifie 2,49678678678... (avec une infinité de 678)) *(en classe on dira « écriture avec des chiffres », ces écritures pouvant être avec ou sans virgule)*

LES DIFFERENTS ENSEMBLES DE NOMBRES
(connaissances pour l'enseignant)



Remarque :
Tout nombre admettant une écriture décimale finie admet aussi une deuxième écriture décimale infinie où il y a une **infinité de 9** à partir d'un certain rang :
1 = 0,999… (infinité de 9) 24 = 23,999… (infinité de 9) 25,738 = 25,737999… (infinité de 9)
On ne soulèvera pas ce problème devant les élèves ! ...

"Explication" :

Si x = 0,9999... (infinité de 9), alors :

10x = 9,9999... (infinité de 9)

x = 0,9999... (infinité de 9)

et donc : 9x = 9 et donc x = 1. On en déduit que 0,9999... (infinité de 9) est égal 1.

D. Pernoux
http://pernoux.perso.orange.fr

QU'EST-CE QU'UN NOMBRE DECIMAL ?
(il s'agit de connaissances pour l'enseignant)

On démontre que les définitions suivantes sont équivalentes :

1°) Première définition possible :

Un décimal est un nombre qui PEUT être représenté par une écriture décimale finie.

(remarque : tout nombre décimal admet une deuxième écriture décimale composée d'une infinité de 9 à partir d'un certain rang ; exemple : 123,36 = 123,35999…)
(infinité de 9)

2°) Deuxième définition possible :

Un décimal est un nombre qui PEUT être représenté par une écriture fractionnaire $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ où a est un entier et où b est égal à une puissance de 10. (remarque : une écriture fractionnaire de ce type est appelée fraction décimale)

Exemple : $\frac{728}{250}$ est un décimal car $\frac{728}{250} = \frac{2\,912}{1\,000} = 2{,}912$

3°) Troisième définition possible (souvent la plus facile à utiliser dans les exercices surtout quand il s'agit de démontrer qu'un nombre n'est pas un décimal)

Un décimal est un nombre dont l'écriture fractionnaire <u>IRREDUCTIBLE</u> $\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$ est telle que $\mathbf{d = 2^p \times 5^q}$ (avec p et q entiers positifs ou nuls) [autrement dit : telle que d soit un produit de puissances de 2 ou de 5]

On peut avoir soit que des puissances de 2 soit que des puissances de 5 soit des puissances de 2 et des puissances de 5.

Exemples :

$\frac{19\,110}{455\,000} = \frac{21}{500}$ (fraction **irréductible**) et $500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$ donc $\frac{19\,110}{455\,000}$ est un décimal.

$\frac{35\,672}{5\,824} = \frac{49}{8}$ (fraction **irréductible**) et $8 = 2 \times 2 \times 2$ donc $\frac{35\,672}{728}$ est un décimal.

$\frac{860}{3\,640} = \frac{43}{182}$ (fraction **irréductible**) et $182 = 2 \times 7 \times 13$ donc $\frac{860}{3\,640}$ n'est **pas** un décimal.

D. Pernoux
http://pernoux.perso.orange.fr