Voir aussi : http://perso.wanadoo.fr/pernoux/puissances.pdf (puissances de dix)

RÈGLES DE CALCUL CONCERNANT LES PUISSANCES ENTIÈRES

1°) Définitions :

a) Si n est un entier positif, $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n fois}}$

Exemples : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $\quad 10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \text{x} 10 = 100\,000$

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$ $\quad (-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

b) $a^0 = 1$

c) Si n est un entier négatif, $a^n = \dfrac{1}{a^{-n}} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\text{- n fois}}}$ (avec $a \neq 0$)

Exemples : $2^{-3} = \dfrac{1}{2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{8}$ $\quad 10^{-5} = \dfrac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \text{x} 10} = 0{,}00001$

$(-2)^{-4} = \dfrac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \dfrac{1}{16}$ $\quad (-4)^{-3} = \dfrac{1}{(-4) \times (-4) \times (-4)} = -\dfrac{1}{64}$

2°) Règles de calcul :

a) $\boxed{a^n \times a^m = a^{n+m}}$ (les exposants sont différents mais c'est le même nombre qui est élevé à différentes puissances)

Exemples : $5^3 \times 5^4 = 5^7$ $\quad 6^8 = 6^3 \times 6^5$ $\quad 10^4 \times 10^{-6} = 10^{-2} = \dfrac{1}{10^2}$

b) $\boxed{\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$ (les exposants sont différents mais c'est le même nombre qui est élevé à différentes puissances)

"exposant du haut moins exposant du bas"

Exemples : $\dfrac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^2$ $\quad \dfrac{6^3}{6^{-2}} = 6^{3-(-2)} = 6^5$ $\quad \dfrac{10^{-5}}{10^{-7}} = 10^{-5-(-7)} = 10^2$

c) $\boxed{a^n \times b^n = (a \times b)^n}$ (les nombres élevés à différentes puissances sont différents mais les exposants sont les mêmes) Remarque : cette formule est aussi valable avec le symbole "divisé par" à la place du symbole "multiplié par".

Exemples : $2^3 \times 5^3 = 10^3$ $\quad 6^8 = (2 \times 3)^8 = 2^8 \times 3^8$ $\quad (-2)^{-3} \times (-4)^{-3} = 8^{-3} = \dfrac{1}{8^3}$

d) $\boxed{(a^n)^m = a^{n \times m}}$

Exemples : $(2^3)^4 = 2^{12}$ $\quad \left((-3)^2\right)^6 = (-3)^{12}$ $\quad 5^6 = 5^{2\times 3} = (5^2)^3$ $\quad 5^6 = 5^{2\times 3} = (5^3)^2$

$(-3)^{15} = (-3)^{3\times 5} = \left((-3)^3\right)^5$

e) Attention !

Il n'y a pas de formule générale pour $a^n \times b^m$ (comme par exemple $2^3 \times 3^5$)

(les exposants sont différents et les nombres élevés à différentes puissances sont différents)

Il n'y a pas de formule générale pour $\dfrac{a^n}{b^m}$ (comme par exemple $\dfrac{6^4}{5^2}$)

(les exposants sont différents et les nombres élevés à différentes puissances sont différents)

$(a+b)^n$ n'est, en général, pas égal à $a^n + b^n$

$(a-b)^n$ n'est, en général, pas égal à $a^n - b^n$