

QUELQUES RAPPELS CONCERNANT LES PUISSANCE DE 10

1°) Exposants entiers positifs.

a) On pose par définition : $10 \times 10 \times 10 = 10^3$

b) Pour écrire les nombres : $16\ 203 = 1,620\ 3 \times 10\ 000$ donc

$$16\ 203 = 1,6\ 203 \times 10^4$$

c) Règles de calcul :

• $10^3 \times 10^4 = 1000 \times 10000 = 10000000 = 10^7$ et de manière générale

$$10^a \times 10^b = 10^{a+b}$$

• $\frac{10^6}{10^4} = \frac{1\ 000\ 000}{10\ 000} = 100$ et de manière générale $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$

("exposant du haut moins exposant du bas")

• $(10^3)^4 = 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 = 1000\ 000\ 000\ 000 = 10^{12}$

et de manière générale

$$(10^a)^b = 10^{a \times b}$$

Les trois règles sont valables avec un autre entier que 10 :

$$5^2 \times 5^6 = 5^{2+6} = 5^8 \quad \frac{4^6}{4^3} = 4^{6-3} = 4^3 \quad \frac{7^8}{7^2} = 7^{8-2} = 7^6$$

2°) Exposant nul

a) Pour que la règle $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$ soit encore valable pour $a = b$, on pose,

par définition, $10^0 = 1$

b) Pour écrire les nombres : $2 = 2 \times 1 = 2 \times 10^0$ [pas nécessairement très passionnant ;-)]

c) Les règles de calcul vues au 1°) restent valables quand a ou b vaut 0.

Exemple : $\frac{10^5}{10^5} = 10^{5-5} = 10^0 = 1$

3°) Exposants entiers négatifs

a) Pour que la règle $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$ soit encore valable pour $a < b$, on pose,

par définition, $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0,000\ 01$ (on peut retenir que le 1 est à la cinquième place à droite après la virgule ou bien qu'il y a cinq zéros en comptant le zéro avant la virgule)

Ce n'est pas valable que pour 10 : de façon générale $a^{-5} = \frac{1}{a^5}$

Exemple : $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

b) Pour écrire les nombres : $0,002\ 36 = 2,36 \times 0,001 = 2,36 \times 10^{-3}$

c) On démontre que les trois règles vues au 1 restent valables quand a ou b (ou les deux) sont négatifs et que donc elles sont valables avec a et b entiers quelconques

• Exemple pour la première règle :

$$10^5 \times 10^{-3} = 10^{5+(-3)} = 10^2$$

(ce qui signifie : $100000 \times \frac{1}{1000} = 10^2$)

• Exemples pour la deuxième règle :

$$\frac{10^{-5}}{10^3} = 10^{-5-3} = 10^{-8} \text{ ce qui signifie : } \frac{0,000\ 01}{1000} = 0,000\ 000\ 01$$

$$\frac{10^6}{10^{-3}} = 10^{6-(-3)} = 10^9 \text{ ce qui signifie : } \frac{1\ 000\ 000}{0,001} = 1\ 000\ 000\ 000$$

• Exemples pour la troisième règle :

$$(10^3)^{-2} = 10^{3 \times (-2)} = 10^{-6} \text{ ce qui signifie } \frac{1}{1000 \times 1000} = 0,000\ 001$$

$$(10^{-2})^{-3} = 10^{(-2) \times (-3)} = 10^6 \text{ ce qui signifie } \frac{1}{0,01 \times 0,01 \times 0,01} = 1\ 000\ 000$$

• Exemple plus complexe :

$$\begin{aligned} \frac{2,5 \times 10^{-3} \times (5 \times 10^4)^2}{25 \times 10^{-4}} &= \frac{25 \times 10^{-1} \times 10^{-3} \times 5^2 \times 10^8}{25 \times 10^{-4}} \\ &= \frac{25 \times 25 \times 10^{-1-3+8}}{25 \times 10^{-4}} = \frac{25 \times 10^4}{10^{-4}} = 25 \times 10^{4-(4)} = 25 \times 10^8 \end{aligned}$$